

# Den Specielle Relativitetsteori

NOVA Kosmologigruppen

20. September 2012

Poul Henrik Jørgensen

# Gallileisk Inerti Referenceramme

- *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo* / Galileo 1632
  - Ptolemäische og Kopernikanske system
  - Forbudt indtil 1835
- Hvis Jorden bevægede sig, ville vi mærke det
- Nej, i et skib (referenceramme) med jævn fart kan man ikke påvise bevægelsen
  - Vanddråber fra en flaske
  - Ærter, som falder fra en gaffel etc

# Gallileisk Relativisme

- Ting fortsætter en given bevægelse, indtil de evt. bliver påvirket
  - A.k.a. Inertiens Lov & Newtons Første Bevægelseslov
- Fysikkens love er upåvirkede af observatoriets bevægelseshastighed
- Man kan derfor ikke afgøre, om skibet eller kajen bevæger sig
  - Gælder ikke for accelererende bevægelser

# Gallileisk Transformation

- *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche, intorno á due nuoue scienze* / Galileo 1638
- Der findes ingen absolut referenceramme
- Dermed heller ikke absolut hastighed
- Relative hastigheder er additive
  - Partikel  $P$  har hastigheden  $v$  i forhold til ref.  $A$
  - $A$  har hastigheden  $u$  i forhold til ref.  $B$
  - $P$  har hastigheden  $v+u$  i forhold til  $B$

# Klassiske fysiks Forudsætninger

- *Bevægelse* defineres som ændring af *position* over *tid*
- Galileo transformationer kræver, at begge observatører kan måle i forhold til samme absolutte tid og rum
- *Tid* og *rum* er antages derfor at ligge udenfor den fysiske eksistens

# Elektromagnetisme og Æteren

- Maxwell 1878: Lys er elektromagnetisk fænomen og udbredes med fast hastighed gennem *Æteren*
- Michelson 1881: *The result of the hypothesis of a stationary ether is shown to be incorrect, and the necessary conclusion follows that the hypothesis is erroneous.*
  - Dvs. lysets hastighed er (tilsyneladende) uafhængigt af observatørens!

# Relativitetsteoriens forgængere

- FitzGerald 1889: ... *the length of material bodies changes, according as they are moving through the ether or across it, by an amount depending on the square of the ratio of their velocities to that of light.*
- Poincaré 1898: ... *we have no direct intuition about the equality of two time intervals. The simultaneity of two events or the order of their succession, as well as the equality of two time intervals, must be defined in such a way that the statements of the natural laws be as simple as possible.*

# Relativitetsteoriens Postulater

- **Specielle relativitetsprincip:** Fysikkens love er ens i alle inerti referencerammer
- **Invariant  $c$ :** Lysets hastighed i vakuum er uafhængigt af lyskildens bevægelse
- Specielle relativitetsteori gælder ikke for acceleration og/eller tyngdefelter



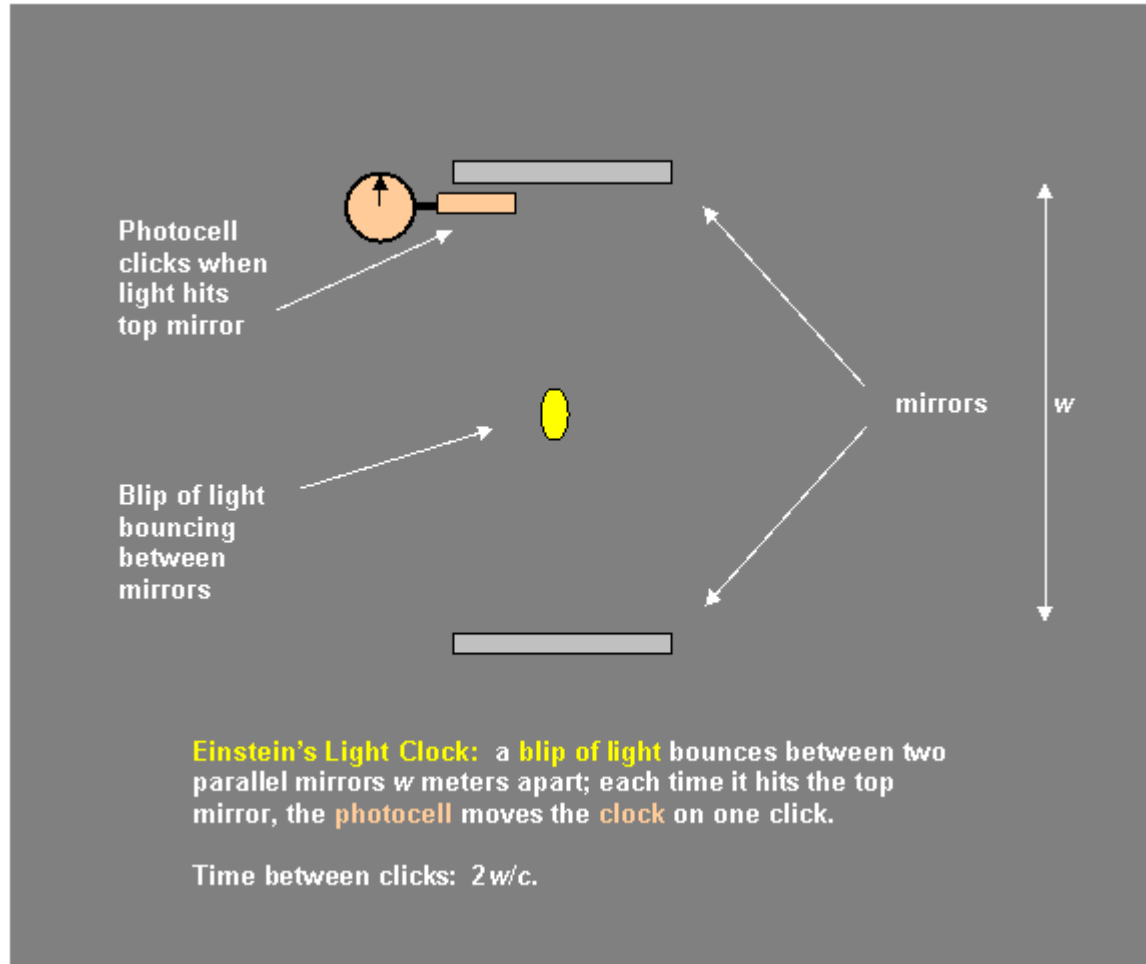
# Relativitetsteoriens Konsekvenser

- Tidsforsinkelse
  - Ure (tiden) vil se ud til at gå langsommere på genstande, som bevæger sig i forhold til observatøren.
- FitzGerald-Lorentz sammentrækning
  - En stang (længde) vil se ud til at blive kortere, når den bevæger sig i forhold til observatøren
- De-synkronisering
  - Observatører, der bevæger sig indbyrdes, har forskellige opfattelser af, hvilke begivenheder, som er samtidige
- Masse – energi ækvivalens:  $E = mc^2$

# Nobelpris forslag 1912

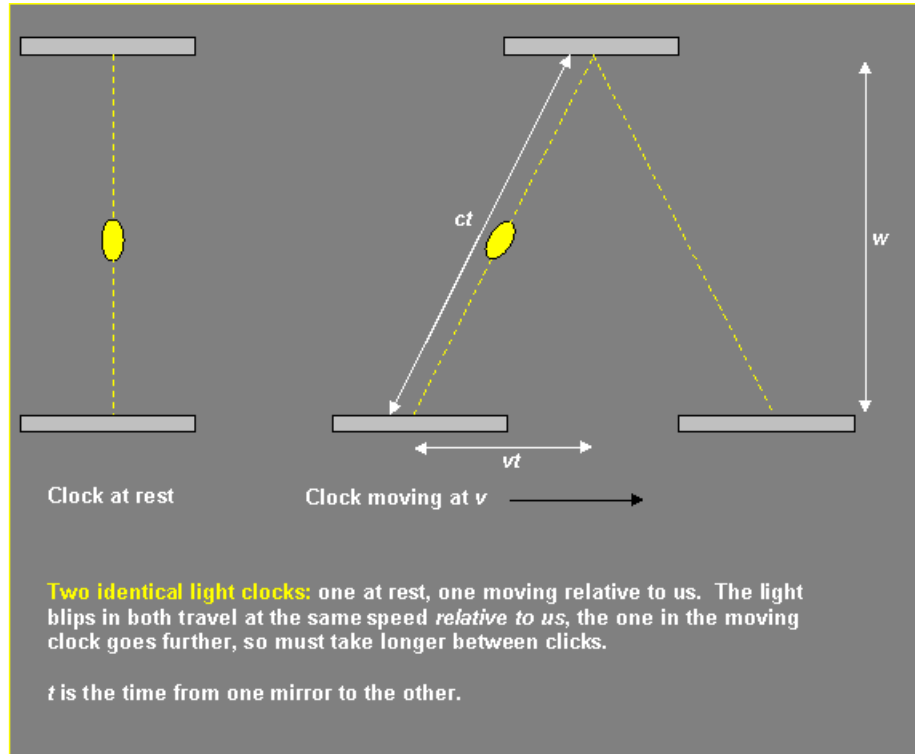
- ... *While Lorentz must be considered as the first to have found the mathematical content of the relativity principle, Einstein succeeded in reducing it to a simple principle. One should therefore assess the merits of both investigators as being comparable...*
- Hverken Einstein eller Lorentz fik Nobelpriser for relativitetsteorien

# Einsteins Lysur



<http://galileoandeinstein.physics.virginia.edu/lectures/srelwhat.html>

# Tidsforskydning



$$c^2 t^2 = v^2 t^2 + w^2 \Rightarrow t = \frac{w}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

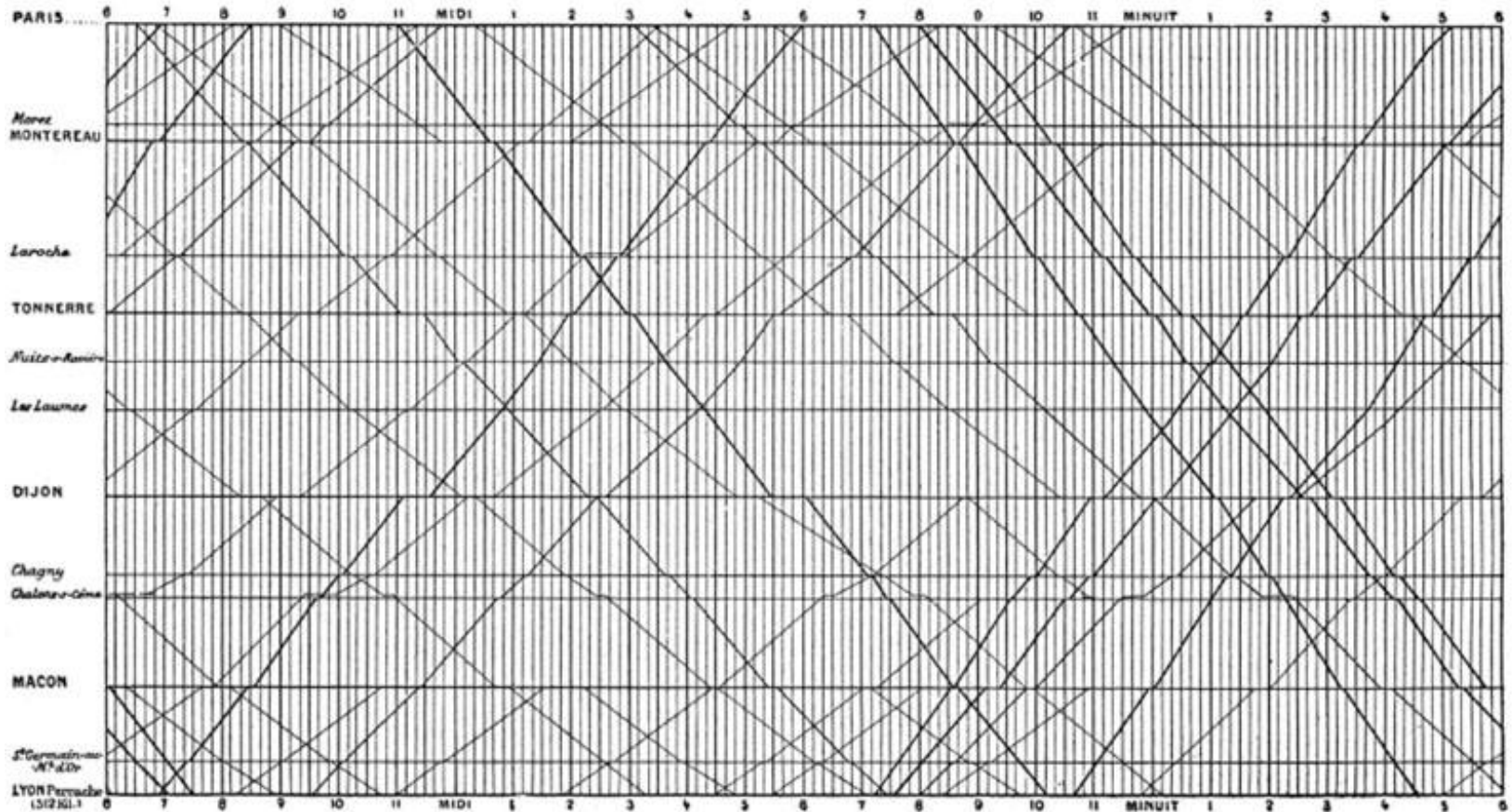
# Længdesammentrækning

- Lorentz faktor (*gamma*): 
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
- Et tog bevæger sig  $v$  meter/sek i forhold til sporet
- Fra toget sættes et mærke på sporet hvert sekund, dvs. med  $v$  meters mellemrum - set fra toget
- Men set fra omgivelserne går det kørende togs ure langsommere, dvs. hvert tidsinterval er *gamma* sekunder målt i omgivelsernes tid
- Derfor er afstanden mellem mærkerne på sporet tilsvarende længere, dvs.  $v * \gamma$  meter
- Dvs. at man fra det kørende tog har oplevet en sammetrækning af sporet

# Euclids Metrik

- Længden af en genstand i rummet (afstand mellem to punkter) er uforandret, når genstanden roteres
- Omvendt kan rotationer defineres som en transformation, hvor afstande er uforandrede.
- Euclids metrik definerer længden af en vektor i et 3D kartesisk koordinatsystem ud fra Pythagoras theorem:  $k^2 = x^2 + y^2 + z^2$

# Rumtidslinier



Paris-Lyon togplan 1885

[http://ieg.ifs.tuwien.ac.at/~aigner/teaching/ws06/infovis\\_ue/img/technique-images/full-size/marey\\_train-schedule.jpg](http://ieg.ifs.tuwien.ac.at/~aigner/teaching/ws06/infovis_ue/img/technique-images/full-size/marey_train-schedule.jpg)

# Minkowski Rumtidsmodel

- Forklarede Einstein modellens separate *rum* og *tid* ved hjælp af fire dimensionalt *rumtids kontinuum*
- Begivenheder lokaliseres ved tid- og sted, dvs. tre rumkoordinater plus tid.
- *Minkowski metrikken* ( $M$ ) definerer rumtids “afstand”:  $s^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2(t_2 - t_1)^2$
- Minkowski afstande er uforandrede ved “rotationer” i rumtiden.



# Lorentz Transformationer

- Lorentz transformationerne definerer (6) rotationer i 4D Minkowski rumtid
- Den specielle relativitetsteori kaldes Minkowski rumtidens fysik
- Fysiske love bør være uforandrede under Lorentz transformationer; det er eks. Newtons bevægelseslove **ikke**
- Maxwells ligninger **er** invariante under Lorentz transformationer; dvs. relativistiske.

# Lysets faste hastighed

- Når en genstand rejser med hastigheden  $v = c$ , er rumtidsintervallet  $s$  nul:  $s^2 = x^2 + y^2 + z^2 - (ct)^2 \wedge vt = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$   
 $s^2 = (vt)^2 - (ct)^2 \wedge v = c \Rightarrow$   
 $s^2 = (ct)^2 - (ct)^2 \Rightarrow s^2 = 0$
- En genstand, som rejser med hastigheden  $c$  i een reference ramme  $A$ , rejser med  $c$  i alle referencerammer:
  - Antag, at hastigheden er  $v$  i en anden referenceramme  $B$
  - Jf. ovenstående er rumtidsintervallet nul i  $A$  referencerammen – og derfor per definition også nul i  $B$  og alle andre referencerammer
  - Dvs.:  $(vt)^2 - (ct)^2 = 0 \Rightarrow |v| = c$

# Tidsforkortelse

- Poul bevæger sig set fra Pers referenceramme, men spacetime intervallerne er jo ens
- Pers ur viser derfor, at Pouls ur går langsommere pga. Pouls bevægelse i relation til Per

$$s^2 = (vt)^2 - (ct)^2 \wedge s^2 = (0)^2 - (cT)^2$$

$$\Rightarrow (0)^2 - (cT)^2 = (vt)^2 - (ct)^2$$

$$\Rightarrow -(cT)^2 = (vt)^2 - (ct)^2$$

$$\Rightarrow t = \frac{T}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

# Lorentz Transformationerne

- *Lorentz faktoren (gamma)* anvendes til at beregne tidsforskydning ( $t$ ) og længdeforkortelse ( $x$ ) som funktion af relativ hastighed  $v$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$T = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right) \wedge X = \gamma(x - vt)$$

$$t = \gamma\left(T + \frac{vX}{c^2}\right) \wedge x = \gamma(X + vT)$$

# Afslutning

- Specielle relativitetsteori bygger meget på foregående arbejder af Maxwell, Lorentz og Poincaré
- Einstein anvendte to postulater:
  - Lysets hastighed er altid den samme
  - Naturlovene er uforandrede i forskellige referencerammer
- Konsekvenserne udledes primært ved tankeeksperimenter
- Minkowski opstillede en samlet rumtidsmodel, hvorfra konsekvenserne kan udledes